

予習確認プリント

学年：\_\_\_\_\_ 学籍番号：\_\_\_\_\_ 名前：\_\_\_\_\_

- ・換気の目的と通風の目的の違いはどのようなところにありますか？
- ・換気回数とはどのような意味を持つものですか？換気回数と換気量はどのような関係にありますか？
- ・許容濃度とはどのような意味を持つものですか？単なる「濃度」とは何が違いますか？
- ・必要換気量とはどのような意味を持つものですか？どのようにすれば計算できますか？

※予習の段階に比べて、授業を聞き終わった段階では、何がわかりましたか？

1 室内の空気を汚染する物質

1 換気目的 (教科書 pp. 88~92)

1-2 換気目的 (教科書 pp. 88~90)

「①換気回数」の補足 (教科書 p. 90)

換気回数は、和風木造住宅で、約3回/h程度。高気密住宅ならば、機械換気設備を設置しないと、おおよそ0.5回/h以下であり、0.1回/h程度となる場合もある(下の表を参照。下の表では、「換気回数」≡「換気率」である。)

表 過去の換気量測定例 (出典: 参考文献 [1], p. 132)

国	研究者	対象	測定法	換気率の範囲 (度数分布)				
				1	2	3	4	5 回/h
日本	高津寄(1921)	自身の自宅(1軒)	CO <sub>2</sub> 濃度減衰法	1.50~2.70 回/h				
	野村(1924)	代表的日本家屋(1軒)	同上	1.50~6.50				
	大谷(1929)	立方体の住宅模型(7個)	同上	0.30~2.63				
	勝田(1953)	RC造集合住宅(1戸)	CO <sub>2</sub> 濃度減衰法と開口風量測定法	0.80~50				
	池田ほか(1985)	代表的日本家屋(7軒)	CO <sub>2</sub> 濃度減衰法	0.50~3.60				
	山本ほか(1987)	RC造集合住宅(1戸)	同上	0.20~1.70				
	池田ほか(1987)	プレハブ実験住宅(3軒)	同上	0.07~8.00				
北米	Bahnfleth et al (1953)	実験住宅(2軒)	He濃度減衰法	0.16~0.43				
	Tamura et al (1964)	居住状態のカナダの住宅(2軒)	同上	0.06~0.63				
	Tamura et al (1979)	居住状態のカナダの住宅(2軒, 上記と同じ住宅)	同上	0.05~0.43				
	Goldschmit et al (1979)	モービルホーム(2軒)	CO濃度減衰法	0.10~2.00				
	Grot et al(1979)	低所得者向け住宅(256軒)	濃度減衰法と減圧法	0.25以下~4.25				
	Hollowell et al (1980)	省エネルギー住宅(数軒)		0.04~1.00				
	Janssen et al (1980)	実験住宅(数軒)	トレーサーガス法	0.13~0.75				
	Cole et al(1980)	カナダの実験住宅とプリンストンのダウンハウス		0.06~0.68				
	Shaw(1981)	実験住宅(2軒)	トレーサーガス法	0.15~0.40				
	Basset et al (1981)	同上。ただし上記とは異なる2軒の住宅。	CO <sub>2</sub> およびSF <sub>6</sub> 濃度減衰法	0.20~1.10				
北米	Moschandres et al (1981)	アメリカ各地の各種の住宅(50軒程度)		0.06~1.57				
	Shaw et al(1982)	実験住宅(1軒)	SF <sub>6</sub> 濃度減衰法	0.17~0.40				
	MacLaren Inc.	居住状態の家(12軒)	同上	0.13~0.78				
	Persily(1983)	パッシブソーラーハウス(56軒)	濃度減衰法	0.10以下~3.20				
	Doyle(1984)	住宅(58軒)	減圧法	0.30~2.30				
	Nazaroff (1985)	床下空間を持つ住宅(2軒)	同上	0.30~0.65				
	Warren et al (1980)	住宅(25軒)	NO <sub>2</sub> 濃度減衰法	0.21以下~2.20				
北欧	Hildingson et al (1981)	スウェーデンの住宅(5,600軒)	濃度減衰法	0.17~1.20				
	Liddament(1982)	スウェーデンの住宅(2軒)	同上	0.05~1.15				
	同上	イギリスの住宅(3軒)	同上	0.10~1.70				
	同上	スイスの住宅(1軒)	同上	0.20~0.40				

→濃度測定による換気量の測定→次ページの〈2〉式を参照

換気量の測定には、主に以下の2つの方法がある。

- 1) 汚染質を空間内に一定割合で人為的に連続放出し、その定常状態の濃度を測定する方法
- 2) 汚染質を空間内に放出し、均一な濃度分布を達成した後の濃度変化を測定する方法(濃度減衰を測定する)

どちらにしても、人為的に汚染質(ガス状の汚染質を用いることが多い。このガスを、トレーサーガスと呼ぶ。)を放出して濃度を追跡して、換気量を測定するので、これらの方法を、トレーサーガス法という。トレーサーガスには、二酸化炭素やエチレンを用いることが多い。

### 1-3 室内の汚染質濃度(教科書 pp. 90~91)

「①室内の汚染物質の濃度」の補足(教科書 p. 90)

単室で汚染質が一定の割合( $M$  [mg/h])で、発生し、また一定の換気( $Q$  [m<sup>3</sup>/h])が行われている場合の室内平均汚染質濃度は、以下ようになる。

微小時間  $dt$  における汚染質の室に対する流出入バランスを考えると、

$$\left[ \quad \quad \quad \right] + \left[ \quad \quad \quad \right] - \left[ \quad \quad \quad \right] = \left[ \quad \quad \quad \right]$$

となる。これを、**下図**にしたがって書き直すと、次のようになる。

$$\left[ \quad \quad \quad \right] \times \left[ \quad \quad \quad \right] \times \left[ \quad \quad \quad \right] + \left[ \quad \quad \quad \right] \times \left[ \quad \quad \quad \right] - \left[ \quad \quad \quad \right] \times \left[ \quad \quad \quad \right] \times \left[ \quad \quad \quad \right] = \left[ \quad \quad \quad \right] \times \left[ \quad \quad \quad \right]$$

式で表すと、下記のようになる。

$$C_0 \cdot Q \cdot dt + M \cdot dt - C \cdot Q \cdot dt = V \cdot dC \tag{1}$$

ここで、

- $C_0$  : 外気の汚染質濃度 [mg/m<sup>3</sup>]
- $Q$  : 換気量 [m<sup>3</sup>/h]
- $M$  : 室内での汚染質発生量 [mg/h]
- $C$  : 室内の汚染質濃度 [mg/m<sup>3</sup>]
- $V$  : 室の容積 [m<sup>3</sup>]
- $t$  : 時間 [h]

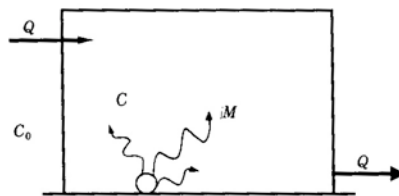


図 単室の濃度変動(出典:参考文献[1], p. 134)

〈1〉式から、初期条件  $t=0$  で  $C = C_0$  として、微分方程式を解いて (配付資料 p. 12 以降の補足を参照),

$$C = C_0 + (C_s - C_0) \cdot e^{-\frac{Q}{V}t} + \frac{M}{Q} \cdot \left(1 - e^{-\frac{Q}{V}t}\right) \quad \langle 2 \rangle$$

ここで,

$C_s$ : 室内の初期汚染質濃度 [mg/m<sup>3</sup>]

定常状態, すなわち  $t \rightarrow \infty$  のときは, 〈2〉式は下のようになる (教科書 p. 90 の真ん中の式)。

$$C = C_0 + \frac{M}{Q} \quad \langle 3 \rangle$$

→つまり, 教科書 p. 90 の真ん中の式は, 定常状態に達した時の式。

#### 「②必要換気量」の補足 (教科書 p. 91)

必要換気量の式は, 下記のように考えることもできる。

$$M = Q \cdot (C - C_0) \quad \langle 4 \rangle$$

と表すこともできる。つまり,

$$[\text{必要換気量}] = [\text{必要換気量}] \times \{ [\text{室内汚染質濃度}] - [\text{室外汚染質濃度}] \}$$

である。

**【参考文献】** (順に, タイトル, 編著者名, 出版社, 発行年月, 価格, ISBN。[] 内は熊本県立大学学術情報メディアセンター図書館所蔵情報)。

[1] 『環境工学教科書 第二版』 (環境工学教科書研究会編著, 彰国社, 2000 年 8 月, ¥3,500 + 税, ISBN: 4-395-00516-0) [和書 (2F), 525.1||Ka 56, 0000275620, 0000308034]

補足 1 (配付資料 p. 11 の微分方程式を解く過程 (〈1〉式から 〈2〉式) について):

微分方程式

変数  $x$  とその関数  $y = y(x)$  および導関数  $y' (= \frac{dy}{dx})$  を含む方程式を微分方程式という。

微分方程式を満たす  $x$  の関数  $y$  をその方程式の解といい, 解  $y(x)$  を求めることを「微分方程式を解く」という。

参考文献 ([ ] 内は, 熊本県立大学学術情報メディアセンター図書館所蔵情報)

・『基礎 微分積分』(市東和夫・中田広光・八幡誠, 産業図書, 1999 年 4 月, ¥2,400+税, ISBN: 4-7828-9032-X) [和書 (2 F), 413.3||Sh 92, 0000231511] → (犬塚裕樹先生担当の数学 I (1 年生前期担当) と数学 II (1 年生後期担当) の教科書)

配布資料 10 ページの 〈1〉式から

$$C_0 \cdot Q \cdot dt + M \cdot dt - C \cdot Q \cdot dt = V \cdot dC \quad \langle 1 \rangle \text{ (再掲)}$$

を変形すれば, 次式となる。

$$\frac{V}{Q} \cdot \frac{dC}{dt} = C_0 - C + \frac{M}{Q} \quad \langle a \rangle$$

この式を変形して

$$\frac{dC}{dt} = -\frac{Q}{V} \cdot C + \frac{Q}{V} \cdot \left( C_0 + \frac{M}{Q} \right) \quad \langle b \rangle$$

ここで, 微分方程式の教科書などより

$$\frac{dC}{dt} = a \cdot C + b \quad (a, b \text{ は定数}) \quad \langle c \rangle$$

の時, この微分方程式を解くと,

$$C = C_1 \cdot e^{at} + C_2 \quad (C_1, C_2 \text{ は定数}) \quad \langle d \rangle$$

であるので, (b) 式を解くと, 次式のようになる。

$$C = C_1 \cdot e^{\frac{Q}{V}t} + C_2 \quad (C_1, C_2 \text{ は定数}) \quad \langle e \rangle$$

初期条件は,  $t=0$  の時,  $C = C_S$  であったので, (e) 式から

$$C_S = C_1 \cdot e^0 + C_2 \quad \langle f \rangle$$

$$\therefore C_s = C_1 + C_2 \quad \langle g \rangle$$

また、 $t \rightarrow \infty$  の時、 $\frac{dC}{dt} = 0$  (定常状態) なので、(b) より、この時の濃度を  $C_\infty$  とすれば、

$$0 = -\frac{Q}{V} \cdot C_\infty + \frac{Q}{V} \cdot \left( C_0 + \frac{M}{Q} \right) \quad \langle h \rangle$$

$$\therefore C_\infty = C_0 + \frac{M}{Q} \quad \langle i \rangle$$

となる。一方、(e) 式から  $t \rightarrow \infty$  の時、 $e^{-\frac{Q}{V}t} \rightarrow 0$  となるので、

$$C_\infty = C_2 \quad \langle j \rangle$$

となる。よって、(i) 式と (j) 式から

$$C_\infty = C_2 = C_0 + \frac{M}{Q} \quad \langle k \rangle$$

よって、(g) 式と (k) 式から

$$C_1 = C_s - C_2 = C_s - \left( C_0 + \frac{M}{Q} \right) \quad \langle l \rangle$$

となる。

したがって、(e) 式、(k) 式、(l) 式から、

$$C = \left\{ C_s - \left( C_0 + \frac{M}{Q} \right) \right\} \cdot e^{-\frac{Q}{V}t} + C_0 + \frac{M}{Q} \quad \langle m \rangle$$

となり、これを変形して、微分方程式 (a) 式を解いた結果、次式となる。

$$C = C_0 + (C_s - C_0) \cdot e^{-\frac{Q}{V}t} + \frac{M}{Q} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{Q}{V}t} \right) \quad \langle 2 \rangle \text{ (再掲)}$$

補足2 (微分方程式を解くということについて, ほか):

参考文献 ([ ] 内は, 熊本県立大学学術情報メディアセンター図書館所蔵情報)

- [1] 『数学の風景が見える 微分・積分の意味がわかる』(野崎昭宏・何森仁・伊藤潤一・小沢健一, ベレ出版, 2000年9月, ¥1,400+税, ISBN:4-939076-49-0) [和書(2F), 413.3||N98, 0000295626]
- [2] 『図説 やさしい建築数学』(今村仁美・大谷一翔, 学芸出版社, 2011年7月, ¥2,700+税, ISBN:978-4-7615-2514-9) [シラバス環境(3F), 520.7||I44, 0000343755]
- [3] 『事例で学ぶ 工業数学の基礎』(相良紘, 日刊工業新聞社, 2001年10月, ¥2,000+税, ISBN:4-526-04821-6) [和書(2F), 501.1||Sa16, 0000295627]
- [4] 『ブルーバックス B-1003 マンガ 微積分入門』(岡部恒治, 1994年2月, 講談社, ¥980+税, ISBN:4-06-257003-3) [書庫(4F), 413.3||O37, 0000175502]
- [5] 『図解雑学 マンガでわかる微分・積分』(大谷隆一, ナツメ社, 2003年1月, ¥1,000+税, ISBN:4-8163-3008-9) [和書(2F), 413.3||O84, 0000295628]
- [6] 『サイエンス・アイ新書047 マンガでわかる微分積分』(メダカカレッジ監修, 石山たいら・大上丈彦, ソフトバンククリエイティブ, 2007年12月, ¥952+税, ISBN:978-4-7973-4250-5) [和書(2F), 413.3||I83, 0000316201]

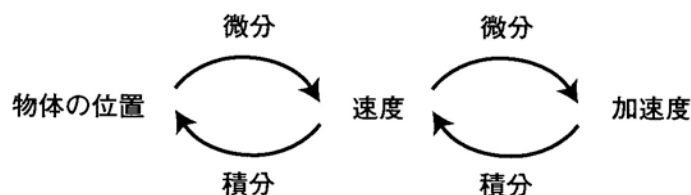


図 物体の位置と加速度の関係 (出典: 参考文献 [1], p.13)

→次ページ以降も, 出典は, 参考文献 [1].

## 01 | ボールは落ちる

ニュートンはその著作「プリンキピア」によって、それ以前のガリレイやフック等による科学的知識を集大成した、という人がいるが、これは適切なとらえ方と言えない。集大成ではなく新しい体系の創出であった。

運動について言えば、次の3つの法則を大前提にして、ガリレイやケプラー等の経験的な法則を導くことができる(31ページ参照)。

(第1法則) 物体に力が働いていなければ、その物体は一直線上を同じ速さで動き続ける。

(第2法則) 物体の運動に際して、その質量  $m$  と、ある時刻における加速度  $a$  との積は、その時刻に働いている力  $f$  に等しい。

$$\text{つまり } f = m a$$

なお一般的には力と加速度はベクトルで、 $\vec{f} = m \vec{a}$  と表される。

(第3法則) 作用と反作用は大きさが等しく、方向が逆である。

第1法則は「慣性の法則」といわれ、第3法則は「作用反作用の法則」とよばれている。第1法則は第2法則の特殊な場合で、第3法則は力そのもののあり方を述べているとみることができる。したがって、運動の法則といえば、第2法則を指すと思ってよい。

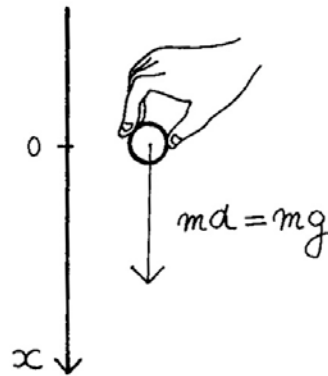
さて、地球上でボールをそっと落とす場合を考えよう。



ボールに働く重力の強さ  $f$  は、ボールの質量のみに比例すると考えてよいから、比例定数を  $g$  とすると  $f=mg$  であり、第2法則から  $a=g$ 、つまり

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = g \quad (*)$$

と書ける。これを、運動方程式 (もっと一般的には微分方程式) といい、この式から  $v$  や  $x$  を求めることを、運動方程式 (あるいは微分方程式) を解くという。



(\*) を解くには、両辺を積分して

$$v = \frac{dx}{dt} = gt + v_0$$

これをさらに積分して

$$x = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + x_0$$

とすればよい。

ボールを離す瞬間を  $t=0$  とし、そのときの高さを原点にすれば (このような条件を初期条件という)、 $v_0=0$ 、 $x_0=0$  であるから

$$x = \frac{1}{2}gt^2$$

となる。つまり、ガリレイの発見した式が導けてしまう。

〈補足〉  $g$  は重力の加速度で、地表では約  $9.8 \text{ (m/sec}^2\text{)}$  である。

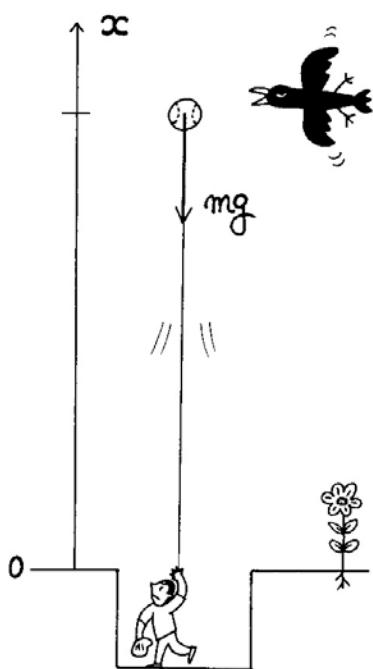
なおニュートン以前の「運動量の法則」

$$\text{質量} \times \text{速度の変化} = \text{力} \times \text{時間}$$

は、平均的・近似的にしか成り立たないので、微分・積分の考えを取り入れないと、このように「微分方程式をたてて、それを解く」という方法にはつながらない。

## 02 ボールを投げる

ボールを、真上に投げることを考えよう。今度は上方向をプラス、下



方向をマイナスと考える。すると、投げあげられたボールには、下向きに重力が働く。その大きさは  $m \times g$  で、符号はマイナスだから、ボールに働く力  $f$  は  $f = -mg$  で表される。ニュートン力学の第2法則  $f = m \alpha$  から(あるいは  $g$  が重力のひきおこす「加速度」であることから)、次の等式が成り立つ。

$$\alpha = \frac{d^2 x}{dt^2} = -g \quad (*)$$

これを解いて  $x$  (ボールの位置) を  $t$

(投げてからの時間) で表わしてみよう。

まず、\*の両辺を  $t$  で積分すると

$$\frac{dx}{dt} = -gt + v_0$$

↑ 初速(一定)

もう一度積分すると

$$x = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + x_0$$

↑ 最初の位置

となる。投げた位置を基準にすると、 $x_0 = 0$  だから

$$x = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t$$

となる。

松坂投手が、ボールを初速150km/時で真上に投げたとする。

$$150\text{km/時} = \frac{150000}{3600} \text{m/秒} \doteq 42\text{m/秒} \text{で、} g=9.8\text{m/秒}^2 \text{だから}$$

$$x = -4.9t^2 + 42t \text{ となる。}$$

(1) 何秒後に落ちてくるだろう？

$$x=0 \text{ になる、} t \text{ を求める } -4.9t^2 + 42t = 0 \text{ より}$$

$$t(4.9t - 42) = 0 \text{ より } t = \frac{42}{4.9} \doteq 8.6$$

8.6秒後となる。

(2) 最高点は何メートルの高さだろう？

上りと、下りの時間は同じだから  $t = \frac{8.6}{2} = 4.3$  のときが最高点、  
 よって  $-4.9 \times (4.3)^2 + 42 \times 4.3 = 89.999 \doteq 90$  メートル

なんと、90メートルまでいくのだ。もっとも空気抵抗なしとして。

〈補足〉 ガリレイの法則だけでなく、ケプラーの法則もニュートン力学の3法則（と万有引力の法則）から導かれる——と言っても、「すでに知られている法則を導いただけじゃないか」と思う人たちもいる。しかしガリレイもケプラーも、過去の観測から、経験的に彼らの法則を導き出した。だから新しい問題についてきかれると、「では実験してみましよう」というほかない。ボールを投げあげるくらいなら何百回かやってみるのも悪くない。しかしロケットの打ち上げなどでは、そう何回もやってみるわけにはいかない。ニュートンの方法なら、ボールを1回も投げあげずに、理論的に上の結果を導くことができる。これが理論の強みである！

学年：\_\_\_\_\_ 学籍番号：\_\_\_\_\_ 名前：\_\_\_\_\_

【演習問題】単位に注意して，下記の問いに答えよ。

- (1)  $400\text{m}^2$  の集会室 (天井高  $3\text{m}$ ) に  $300$  人が在室しているときの  $\text{CO}_2$  濃度に基づく必要換気量と換気回数を求めよ。ただし， $\text{CO}_2$  の発生量を一人当たり  $0.017\text{m}^3/\text{h}$  とし，室内の  $\text{CO}_2$  濃度の許容量を  $0.1\%$ ，外気の  $\text{CO}_2$  濃度を  $0.04\%$  とする。
- (2)  $40\text{m}^2$  の事務室 (天井高  $2.7\text{m}$ ) に  $5$  人が在室しているときの酸素濃度に基づく必要換気量と換気回数を求めよ。ただし，軽作業時における酸素消費量は一人当たり  $0.015\text{m}^3/\text{h}$  とし，室内の酸素濃度の許容量を  $18\%$ ，外気の酸素濃度を  $21\%$  とする。
- (3) たばこを  $1$  時間に  $2$  本吸う場合，室内の浮遊粉じん量を  $0.15\text{mg}/\text{m}^3$  にするために必要な換気量を求めよ。ただし，たばこ  $1$  本当たりの発生粉じん量は  $10\text{mg}$ ，外気の浮遊粉じん量は， $0.05\text{mg}/\text{m}^3$  とする。
- (4) 室内の水蒸気発生量が  $0.6\text{kg}/\text{h}$  のとき，室内空気の絶対湿度を  $0.010\text{kg}/\text{kg}(\text{DA})$  に保つために必要な換気量を求めよ。ただし，室内の水蒸気は直ちに室全体に一様に拡散するものとし，外気の絶対湿度を  $0.005\text{kg}/\text{kg}(\text{DA})$ ，空気の密度を  $1.2\text{kg}(\text{DA})/\text{m}^3$  とする。