

1. 平面運動する質点の x 、 y の座標が

$$x = a \cos \omega t, \quad y = b \sin \omega t$$

(a, b, ω) と書けるとして、以下の問に答えよ。

(i) 質点の速度、加速度を求めよ。

(ii) 位置ベクトル \mathbf{r} 、加速度 \mathbf{a} に対し、 $\mathbf{a} = -\omega^2 \mathbf{r}$ が成立することを示せ。

2. 二次元の極座標(r, θ)を用いて直角座標系(x, y)における質点の速度(v_x, v_y)と加速度(a_x, a_y)の各成分を表せ。

3. xy 面上、質量 M_A の質点が($a, 0$)に、質量 M_B の質点が($-a, 0$)に、また質量 M_C の質点が($0, b$)に置かれている。

(i) A が C に及ぼす万有引力 \mathbf{F}_A 、B が C に及ぼす万有引力 \mathbf{F}_B 、を計算せよ。

(ii) \mathbf{F}_A と \mathbf{F}_B の合力 \mathbf{F} を求めよ。

4. 質量 m の車が高さ h 、長さ L の坂を重力だけでくだったとき、ふもとでもつ速さは

$$v = (2gh - 2Lfm)^{1/2}$$

になることを示せ。 f は摩擦力の大きさ(の平均値)、 g は重力加速度である。

5. 軽く伸びない糸をつけた質量 m [kg] の物体を、あらい水平面の机上に置く。糸を机の端の滑車を通して質量 M [kg] ($M > m$) のおもりに結び、静かに放すと物体は滑り出した。物体と面の間の動摩擦係数を μ とし、物体の加速度 a [m s^{-2}] と糸が引く力 T [N] を求めよ。重力加速度の大きさを g [m s^{-2}] とする。

6. 初速度 v_0 、水平面との仰角 θ で質点を投げ上げた。空気の抵抗などは働かないとして以下の問に答えよ。

(i) v_0 を一定にした時質点の到達距離を最大にするような θ を求めよ。

(ii) 到達距離の最大値を d_m とする。 d_m を計算せよ。

(iii) d_m を 100m とするための v_0 の値はいくら。

7. 1次元の運動で、物体の速度 v が時間 t の関数として、 $v = a\exp(-bt)$ [$\exp(-bt)$ は e^{bt} と同じことを表示]で与えられるとき、物体に働く力は速度 v に比例することを確かめよ。
8. 人工衛星を、赤道上の一地点の上にならでもいるようにするには、どのような高さで円運動させればよいか。またその速さはいくらか。地表の重力加速度を $g=9.81\text{m/s}^2$ 、地球は半径 6378km の球とし、地球の公転は無視する。(注:気象衛星ひまわりはこのようになっている)
9. 東向き 72km/h の速さで走っている質量 1.0 トンの車が急ブレーキをかけて、 4.0s 後に静止した。
- (1) 車の初めの運動量の大きさと向きを答えよ。
 - (2) 静止するまでに路面から車に働いた摩擦力による力積を求めよ。
 - (3) 路面から車に働いた平均の摩擦力を求めよ。
10. 滑らかな水平面上を、東に向かって 11m/s の速さで進んでいた質量 1.5kg の物体 A と、北に向かって 3.0m/s の速さで進んでいた質量 2.0kg の物体 B が衝突し、衝突後、物体 B は東向きに 6m/s の速さで進んだ。衝突後の物体 A の速度を求めよ。
11. 質量 145g の野球ボールを時速 150km の剛速球で投げたとき、ボールのもつ運動量の大きさはいくらか。これを迎え打とうとこまえている打者の手の位置から見たボールの角運動量の大きさはおよそいくらか。手からバットのボールが当たるところまで長さを 60cm とする。
12. 次の場合、質量 2kg の荷物を運ぶ人のする仕事を計算せよ。
- (i)鉛直上方に 1m だけ荷物を持ち上げる。
 - (ii)水平に 1m だけ荷物を運ぶ。
 - (iii)水平に 1m 運んだあとに、 1m だけ持ち上げる。